НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЦИЛИНДРА

Бурый А.С., студент; Клименко В.А., ст. преподаватель

В химической технологии нестационарная теплопроводность связана с прогревом или охлаждением материала и оборудования при запуске, остановке или изменения технологического режима процесса. Особый интерес представляет анализ нестационарной теплопроводности в тех случаях, когда процесс сопровождается экзотермическим или эндотермическим эффектом. В этом случае расчет теплопроводности с учетом внутренних источников теплоты позволяет получить важные кинетические и термодинамические характеристики процесса.

Рассматривается бесконечно длинный цилиндр радиусом r_0, охлаждаемый через боковую поверхность в среде с постоянной температурой $t_{ж}$. Коэффициент теплоотдачи остается постоянным в течении всего процесса охлаждения. Найти распределение температуры в цилиндре $t(r,\tau)$ и плотность теплового потока.

Математическая постановка задачи

Уравнение теплопроводности $\frac{\partial v}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}\right)$, $(v = t - t_{ж})$

Начальное условие при $\tau = 0$, $v_0 = const$

Граничные условия $\left.\left(\frac{\partial v}{\partial \tau}\right)\right|_{r=r_0} = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot v_{r=r_0}$, $\left.\left(\frac{\partial v}{\partial \tau}\right)\right|_{r=0} = 0$

В безразмерной форме решение методом Фурье имеет вид:

$$\theta = \frac{v}{v_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 I_l(\mu_n)}{\mu_n \left[I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)\right]} \cdot I_0(\mu_n R)\, e^{-\mu_n^2 \cdot F_0}$$

где $R = \frac{r}{r_0}$ - безразмерный радиус $(0 \le R \le 1)$

$I_0(\mu_n)$, $I_0(\mu_n R)$, $I_1(\mu_n)$ - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка.

$F_0 = \frac{ar}{e^2}$ - критерий Фурье.

Характеристическое число μ_n является корнями трансцендентного уравнения

$\frac{I_0(\mu)}{I_1(\mu)} = \frac{\mu}{B_i}$ (B_i - критерий Био).